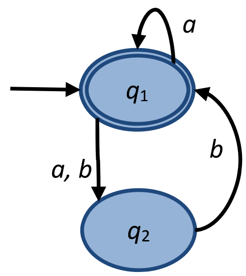
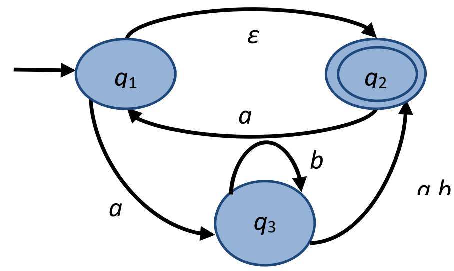
Φροντιστήριο 3, 05/02/20

Άσκηση 1

Να μετατρέψετε τα πιο κάτω NFA σε ισοδύναμα DFA.





Άσκηση 2

Θεωρήστε το μη ντετερμινιστικό αυτόματο $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ με

- σύνολο καταστάσεων το $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$,
- αλφάβητο το $\Sigma = \{a,b\}$,
- σύνολο τελικών καταστάσεων το $F = \{q_1\}$, και
- συνάρτηση μεταβάσεων δ όπως ορίζεται στον πίνακα που ακολουθεί:

δ	a	b	ε
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_1,q_3\}$	$\varnothing$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$	$\{q_3\}$
q_3	$\{q_0,q_3\}$	$\{q_2\}$	$\varnothing$

(α) Να παρουσιάσετε το αυτόματο γραφικά μέσω ενός διαγράμματος μεταβάσεων και να δείξετε ότι το αυτόματο αποδέχεται τη λέξη *babb* παρουσιάζοντας τη σχετική ακολουθία καταστάσεων που οδηγεί σε αποδοχή.

(β) Να μετατρέψετε το NFA αυτόματο από το μέρος (α) σε ένα ισοδύναμο DFA αυτόματο χρησιμοποιώντας την κατασκευή που μελετήσαμε στο μάθημα.

(γ) Να μετατρέψετε το αυτόματο που κατασκευάσατε στο μέρος (β) σε ένα καινούριο αυτόματο που να αποδέχεται το συμπλήρωμα της γλώσσας του αρχικού αυτομάτου.

(δ) Να μετατρέψετε το αυτόματο που κατασκευάσατε στο μέρος (β) σε ένα καινούριο αυτόματο το οποίο να αποδέχεται τη σώρευση της γλώσσας του αρχικού αυτομάτου.

Άσκηση 3

Να κατασκευάσετε μη ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα που να αναγνωρίζουν κάθε μια από τις πιο κάτω κανονικές εκφράσεις.

(α) $(a^2 \cup ab \cup b^2)\,(a \cup b)^*$

(β) $(a \cup b)^*\,(a^2 \cup ab \cup b^2)$

(γ) $(a \cup b)^*\,(aaa \cup bbb)\,(a \cup b)^*$

(δ) $(a^2 \cup ba \cup b^2 \cup ba^2 \cup b^2a)^*$

(ε) $(a^2)^*\,(b^3)^*$

Σύνοψη NFA

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μη ντετερμινιστικό, πεπερασμένο αυτόματο είναι μια πεντάδα $(Q,\ \Sigma,\ \delta,\ q_0, F)$, όπου
1. Q είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, τα στοιχεία του οποίου ονομάζονται *καταστάσεις*,
2. Σ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, που ονομάζεται *αλφάβητο*,
3. $\delta: Q \times \Sigma_\varepsilon \to \mathcal{P}(Q)$, είναι η *συνάρτηση μεταβάσεων*,
4. $q_0 \in Q$ είναι η *εναρκτήρια κατάσταση* (αρχική κατάσταση),
5. $F \subseteq Q$ είναι το *σύνολο των καταστάσεων αποδοχής* (τελικές καταστάσεις).

Συμβολισμός: $\Sigma_\varepsilon = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το NFA αυτόματο $M = (Q,\ \Sigma,\ \delta,\ q_0, F)$ ***αποδέχεται*** μια λέξη w αν αυτή μπορεί να γραφτεί στη μορφή $w = y_1 y_2 \ldots y_m$ όπου $y_i \in \Sigma_\varepsilon^n$ και υπάρχει ακολουθία καταστάσεων $r_0, r_1, \ldots, r_n$ του Q που να ικανοποιεί τις συνθήκες:

- $r_0 = q_0$
- $r_{i+1} \in \delta(r_i, w_{i+1})$ για $i = 0,\ldots,n-1$, και
- $r_n \in F$

Το αυτόματο M ***αναγνωρίζει*** τη γλώσσα A αν:

A = {w | το M αποδέχεται την w}

ΘΕΩΡΗΜΑ

Για κάθε μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο υπάρχει ισοδύναμο ντετερμινιστικό.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

- Κατασκευαστική
- Ορίζουμε

  $E(R)$={q | η q είναι προσπελάσιμη από το R μέσω μηδέν ή περισσοτέρων μεταβάσεων «ε»}
- Έστω το NFA N = $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- Κατασκευάζουμε το DFA M = $(Q', \Sigma, \delta', q_0', F')$ ως εξής:
  - $Q' = \mathcal{P}(Q)$ (το δυναμοσύνολο του Q)
  - Σ: το αλφάβητο είναι το ίδιο με αυτό του N
  - Για κάθε $R \in Q'$ και $a \in \Sigma$, θέτουμε
  $$\delta'(R,a) = \{q \in Q | q \in E(\delta(r,a)) \text{ for some } r \in R\}$$
  - $q_0' = E(q_0)$
  - $F' = \{R' \in Q$ | το R' περιέχει κάποια κατάσταση αποδοχής του N}

ΠΟΡΙΣΜΑ

Μια γλώσσα είναι κανονική αν και μόνο αν υπάρχει μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να την αναγνωρίζει.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το σύνολο των κανονικών γλωσσών είναι κλειστό ως προς τις κανονικές πράξεις (ένωση, συναρμογή και σώρευση).

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

- Κατασκευαστική – Δες διαφάνειες 2-42 – 2-51.