

ΕΠΛ 231: Δομές Δεδομένων και Αλγόριθμοι

Θεωρητική Άσκηση #4

[Ακολουθείστε τις οδηγίες για τις θεωρητικές εργασίες όπως περιγράφεται στο συμβόλαιο του μαθήματος]

Άσκηση 1

Να προτείνετε αναδρομική και μη αναδρομική διαδικασία οι οποίες με δεδομένο εισόδου ένα πίνακα να αποφασίζουν κατά πόσο ο πίνακας είναι σωρός.

Άσκηση 2

Έστω γράφος με βάρη $G=(V,E)$ όπου το βάρος κάθε ακμής $e \in E$ είναι θετικό (> 0). Τότε οποιοδήποτε σύνολο ακμών $E' \subseteq E$ που συνδέει όλες τις ακμές και έχει το ελάχιστο συνολικό βάρος είναι δένδρο.

1. Να αποδείξετε την πιο πάνω πρόταση.
2. Να δώσετε παράδειγμα το οποίο να δείχνει ότι η πιο πάνω πρόταση δεν ισχύει σε περίπτωση που οι ακμές έχουν βάρος μη-θετικό.
3. Με βάση την πρόταση να γράψετε πρόγραμμα σε όσο το δυνατό ορθότερο ψευδοκώδικα το οποίο να υπολογίζει ελάχιστα γεννητορικά δένδρα σε γράφους με θετικά βάρη.

Άσκηση 3

Μας δίνεται ένα σύνολο εργασιών A . Κάθε εργασία $e \in A$ έχει κάποιο τύπο που ανήκει στο σύνολο $\{AND, OR\}$ και ένα σύνολο από προαπαιτούμενες εργασίες, το οποίο δυνατό να είναι κενό. Ο τύπος και το σύνολο των προαπαιτούμενων εργασιών μιας εργασίας εκφράζουν τα εξής:

- αν ο τύπος της εργασίας e είναι AND, τότε, για να εκτελεστεί η e , πρέπει να συμπληρωθούν όλες οι προαπαιτούμενες εργασίες της e , ενώ,
- αν ο τύπος της εργασίας e είναι OR, τότε, για να εκτελεστεί η e , είναι αρκετό να συμπληρωθεί μία από τις προαπαιτούμενες εργασίες της e .

Θέλουμε να υπολογίσουμε μια ακολουθία εκτέλεσης των εργασιών του συνόλου, που να ικανοποιεί τους περιορισμούς προτεραιότητας όπως εκφράζονται πιο πάνω.

1. Να εξηγήσετε πως το πρόβλημα αυτό μπορεί να μοντελοποιηθεί ως πρόβλημα γράφων. Να γράψετε τις εγγραφές που χρειάζονται για μοντελοποίηση του προβλήματος για αναπαράσταση γράφων με λίστα γειτνίασης.
2. Να γράψετε διαδικασία η οποία, με δεδομένο εισόδου γράφο υλοποιημένο με λίστα γειτνίασης που να μοντελοποιεί κάποιο σύνολο από εργασίες A, να βρίσκει και να επιστρέφει σειρά εκτέλεσης των εργασιών που ικανοποιεί τους περιορισμούς των προαπαιτούμενων. Ποιος ο χρόνος εκτέλεσης του αλγορίθμου σας;
3. Θεωρήστε το σύνολο εργασιών $A = \{e_1, \dots, e_7\}$, όπου οι τύποι και οι προτεραιότητες των εργασιών δίνονται στον πιο κάτω πίνακα. Να δείξετε το γράφο που μοντελοποιεί το σύνολο A, τη λίστα γειτνίασης που αναπαριστά τον γράφο και το αποτέλεσμα της εκτέλεσης του αλγορίθμου που έχετε φτιάξει στο συγκεκριμένο στιγμιότυπο του προβλήματος.

Εργασία	Τύπος	Προαπαιτούμενες
e1	AND	\emptyset
e2	OR	{e1}
e3	OR	{e1, e2}
e4	AND	{e1, e2}
e5	AND	{e1, e3, e6}
e6	OR	{e7}
e7	AND	{e4, e5}

Άσκηση 4

Σας έχει ανατεθεί η δημιουργία ενός προγράμματος το οποίο να προσφέρει στους επισκέπτες και τους φοιτητές του Πανεπιστημίου Κύπρου οδηγίες μετακίνησης ανάμεσα σε διάφορα σημεία που αποτελούν. Συγκεκριμένα, με δεδομένο εισόδου δύο σημεία του Πανεπιστημίου, πχ Κεντρικά Καλλιπόλεως και ΘΕΕ01, το πρόγραμμά σας θα πρέπει να επιστρέφει μία ακολουθία από προτάσεις της μορφής

“Από το σημείο x οδήγησε προς την κατεύθυνση d πάνω στον δρόμο s.”

από τις οποίες να προκύπτει διαδρομή που να οδηγεί από το σημείο Κεντρικά Καλλιπόλεως στο σημείο ΘΕΕ01.

Το πρόγραμμά σας θα διατηρεί χάρτη του ευρύτερου χώρου του Πανεπιστημίου ως εξής:

1. Υπάρχουν N σημεία στα οποία ανατίθεται κάποιος μοναδικός αριθμός στο διάστημα 1, ..., N. Τα σημεία αυτά περιλαμβάνουν όλες τις διασταυρώσεις δρόμων και διάφορα σημαντικά κτίρια, π.χ. ΘΕΕ01. Ένας πίνακας $IdToLocation[N]$ αποθηκεύει στη θέση i το όνομα του σημείου με αριθμό i. Επίσης, ένα AVL-δένδρο

LocationTold περιέχει ζεύγη της μορφής (όνομα σημείου, αριθμός σημείου) σε αλφαβητική σειρά των ονομάτων των σημείων.

2. Ο πίνακας Connect διαστάσεων $N \times N$ περιέχει στοιχεία αναφορικά με τους δρόμους του ευρύτερου χώρου του Πανεπιστημίου ως εξής: Αν ο δρόμος με όνομα street συνδέει τα σημεία i και j τότε στη θέση $Connect[i,j]$ αποθηκεύεται το όνομα street του δρόμου, η απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία στον δρόμο αυτό καθώς επίσης και η κατεύθυνση που πρέπει να ακολουθήσει κάποιος για να πάει από το i στο j , δηλαδή, ένα από τα A, Δ, Β, Ν (A = ανατολικά, Δ = δυτικά, Β = βόρεια και Ν = νότια). Αν δεν υπάρχει δρόμος ανάμεσα στα i και j η θέση $Connect[i,j]$ περιέχει το σύμβολο #.

Να προτείνετε αποδοτικό αλγόριθμο ο οποίος, υποθέτοντας την ύπαρξη των δομών IdToLocation, LocationTold και Connect, με δεδομένο εισόδου τα ονόματα δύο τοποθεσιών A και B, να επιστρέφει οδηγίες για μετακίνηση από το A στο B μέσω της συντομότερης δυνατής διαδρομής.

Άσκηση 5

Έστω η συνάρτηση κατακερματισμού $h(x) = x \bmod 10$. Να δείξετε το αποτέλεσμα της εισαγωγής των κλειδιών 12, 21, 7, 43, 77, 79, 67 για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- i. Πίνακας κατακερματισμού με αλυσίδωση.
- ii. Πίνακας κατακερματισμού με γραμμική αναζήτηση ανοικτής διεύθυνσης και συνάρτηση f όπου $f(i) = (i+2) \bmod 10$.
- iii. Πίνακας κατακερματισμού με δευτεροβάθμια αναζήτηση ανοικτής διεύθυνσης και συνάρτηση f με $c_1 = c_2 = 1$. (Διαφάνεια 13-13).
- iv. Πίνακας διπλού κατακερματισμού ανοικτής διεύθυνσης με την ακόλουθη δεύτερη συνάρτηση κατακερματισμού $h_2(x) = 7 - x \bmod 7$

Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα του επανακατακερματισμού (rehashing) για κάθε μια από τις πιο πάνω περιπτώσεις σε πίνακα μεγέθους 13.